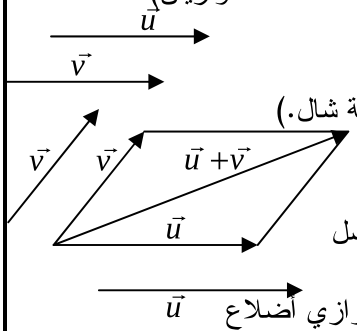
A) الحساب المتجهي

1) تكون متجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متساويتين إذا وفقط إذا كان لهما نفس الاتجاه (يعني حاملاهما متوازيان) ونفس المنحنى ونفس المنظم.



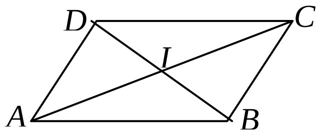
2) $\boxed{\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}}$

3) $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$ (علاقة شال.)

4) $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ تكافئ $A=B$.

5) من أجل تحديد $\vec{u}+\vec{v}$ نزيح $\vec{u}$ و $\vec{v}$ إلى نفس الأصل ونكون متوازي أضلاع.

6) يكون الرباعي $(ABCD)$ متوازي أضلاع إذا وفقط إذا تحققت إحدى الشروط التالية:



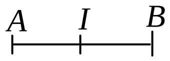
a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

d) القطران $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف.

7) I منتصف القطعة $[AB]$ يعني



*) $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ *) $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}$ *) $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

*) $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ *) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

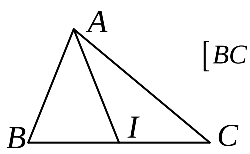
ملاحظة:

a) إذا كان I منتصف $[AB]$ يستحسن استعمال $\boxed{\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}$

b) لكي نبين أن I منتصف $[AB]$ يستحسن أن نبين أن $\boxed{\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}}$

8) ليكن (ABC) مثلثا و I منتصف $[BC]$

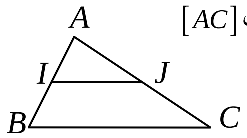
لدينا $\boxed{\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)}$.



9) ليكن (ABC) مثلثا.

I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$

لدينا $\boxed{\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}$



10) a) تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمين إذا وفقط إذا كان حاملاهما متوازيين.

b) تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمين إذا وفقط إذا كان $\vec{v}=\alpha\vec{u}$ أو $\vec{u}=\alpha\vec{v}$.

c) تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا وفقط إذا كانت $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيمين يعني $\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AC}$ أو $\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}$

d) يكون (AB) و (CD) متوازيين إذا وفقط إذا كانت $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتين.

ملاحظة:

a) لكي نبين أن متجهتين $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ تحققان علاقة ما (مثلا $\overrightarrow{IJ}=\alpha\overrightarrow{IK}$ أو $\alpha\overrightarrow{IJ}+\beta\overrightarrow{IK}=\vec{0}$ أو ...). نقوم بحساب $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ بدلالة متجهتين غير مستقيميتين مكونتين من النقط الأصلية $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مثلا.

ونجد مثلا $\overrightarrow{IJ}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{IK}=6\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ ومنه ننسخ أن $3\overrightarrow{IJ}=6\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{IK}$ إذن $\overrightarrow{IK}=3\overrightarrow{IJ}$.

b) ليكن (ABC) مثلثا و M نقطة بحيث $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$ يستحسن تغيير تعريف النقط M وجعلها من جهة واحدة كما يلي:

$\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$ يعني $\overrightarrow{MA}=3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)$ يعني $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{AB}$

يعني $-2\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{AB}$ يعني $2\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$ إذن $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.